

文章编号:1000-8055(2011)07-1522-09

粒子群优化的 Kriging 近似模型及其在可靠性分析中的应用

陈志英¹, 任 远¹, 白广忱¹, 高 阳²

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 中国航空工业集团公司 贵州航空发动机研究所, 贵州 平坝 561102)

摘 要: 将粒子群优化(PSO)算法引入 Kriging 建模过程, 依靠 PSO 算法的群体搜索能力克服了模式搜索法单点序列搜索方式的局限性以及严重依赖于初猜解的缺点, 保证了在任意初始条件下都能获取极大似然意义下的最优相关参数, 从而有效确保了 Kriging 预测结果的最优无偏性. 涡轮盘低循环疲劳可靠性分析实例表明, 粒子群优化的 Kriging(PSO-Kriging)近似模型对危险点周向应变变程的预测精度相对神经网络有数量级上的优势(最大误差由 5.94%降低到 0.09%), 可不牺牲精度地代替有限元程序进行 Monte Carlo 模拟; 同时 PSO-Kriging 建模与预测的总时间不及一次有限元分析的 1/10. 由于预测精度高(其最优无偏性由 PSO 算法保证)且计算开销不大, 提出的 PSO-Kriging 对于实际工程结构的可靠性分析有一定应用价值.

关 键 词: 粒子群优化; 近似模型; Kriging 方法; 涡轮盘; 疲劳可靠性

中图分类号: V231.95; TH122

文献标志码: A

Particle swarm optimized Kriging approximate model and its application to reliability analysis

CHEN Zhi-ying¹, REN Yuan¹, BAI Guang-chen¹, GAO Yang²

(1. School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Guizhou Aeroengine Research Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Pingba Guizhou 561102, China)

Abstract: Particle swarm optimization (PSO) algorithm was introduced into Kriging modeling process. By taking advantage of PSO's multi-point search ability, the limits of pattern search method's single-point search approach as well as its heavy dependence on the initial guess solution were overcome, so that the optimal correlation parameters in the maximum likelihood sense could be guaranteed under any initial conditions, and the optimal unbiased characteristic for the Kriging prediction could also be assured. A turbine disk low cycle fatigue (LCF) reliability analysis example indicates that the accuracy of the proposed PSO-Kriging in predicting the circumferential strain amplitude of the weakest point is higher than that of neural network on the order of magnitude, i. e. the maximum error decreases from 5.94% to 0.09%, so that it can replace the finite element program in Monte Carlo simulation without sacrificing the accuracy. Meanwhile, the time for PSO-Kriging's modeling and predicting is less than 1/10 consumed by a single finite element run. Due to high-accuracy prediction (the optimal unbiased characteristic assured by PSO) and relative low expense,

收稿日期:2010-06-23; **修订日期:**2010-11-26

基金项目:国家高技术研究发展计划(2006AA04Z405)

作者简介:陈志英(1960—),男,北京人,教授,主要从事航空发动机结构优化设计、可靠性及维修性工程的研究.

the proposed PSO-Kriging is valuable for the reliability analysis of real engineering structures.

Key words: particle swarm optimization; approximate model; Kriging method; turbine disk; fatigue reliability

对实际结构的可靠性分析存在因多次调用数值仿真程序而引起的计算开销问题. 有关学者提出近似模型方法, 在少量数值仿真结果的基础上, 用数学建模方法构造①有足够高的预测精度②计算量小求解速度快③可被反复调用并因此能够代替数值仿真程序进行 Monte Carlo 模拟的近似模型. 多项式回归、神经网络(ANN)、支持向量机(SVM)以及 Kriging 是目前几种主要的近似建模方法. 多项式回归算法简单易实现, 但不能用于复杂非线性问题^[1]; ANN 易发生“过学习”而导致对未知输入达不到理想预测精度^[2]; 建立在结构风险最小化基础上的 SVM 部分解决了 ANN 面临的问题, 然而其超参数的选取非常耗时, 因此建模成本远高于其他方法^[3]; 源于地质界的 Kriging 方法最先被用于预测矿产储量, 由于能提供最优无偏预测, 并且能对预测误差进行定量估计, 因此很快被扩展到计算机辅助设计(CAD)/计算机辅助工程(CAE)领域^[4-5].

与前几种方法一样, Kriging 法也有其自身缺陷, 即相关参数的优化问题. Kriging 建模最关键的环节是确定各个输入维度上的相关参数. 不同维度上的相关参数取值互不相同, 因此相关参数的选取是一个多维非线性约束优化问题. 本世纪初丹麦学者 Lophaven S N 等将模式搜索法引入 Kriging 建模过程, 提出用该方法来对相关参数进行优化^[6]. 模式搜索回避了对相关参数求偏导的困难, 但它对初始点的位置非常敏感, 常因为初猜解的原因收敛于局部极小, 从而严重影响到 Kriging 法的预测精度^[7].

粒子群优化(particle swarm optimization, 简称 PSO)算法是 Kennedy J 在鸟类捕食行为研究的基础上提出的一种智能优化算法, 具有收敛快, 全局寻优能力强等优点^[8]. 本文将 PSO 算法引入 Kriging 建模过程, 依靠该算法的群体搜索能力克服了模式搜索法单点序列搜索方式的局限性以及严重依赖于初猜解的缺点, 有效保证了在任意初始条件下都能获取使 Kriging 模型达到最佳预测精度的相关参数. 为验证所提的方法, 在其基础上对某涡轮盘进行了低循环疲劳可靠性分析. 结果表明, 粒子群优化的 Kriging 近似模型(以下简称

PSO-Kriging 模型)对轮盘危险点的应变变程达到了令人满意的预测效果, 能不牺牲精度地代替有限元模型进行 Monte Carlo 模拟, 并且建模与预测花费的计算开销均可以接受.

1 粒子群优化的 Kriging 近似模型

1.1 Kriging 方法

Kriging 方法由南非地质学者 Krige D 于 1951 年提出, Sack J 等于 1989 年首次将该方法引入计算机辅助设计^[9]. 该方法假设仿真程序表达的隐式函数关系可用如下方程进行重构:

$$y(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})]^T$ 为回归基函数, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p]^T$ 为回归系数, $z(\mathbf{x})$ 为高斯随机过程, 具有下列统计特性:

$$\begin{aligned} E[z(\mathbf{x})] &= 0 \quad \text{Var}[z(\mathbf{x})] = \sigma^2 \\ E[z(\mathbf{x}_i)z(\mathbf{x}_j)] &= \sigma^2 R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{x}_i$ 与 $\mathbf{x}_j$ 为两个任意输入向量, $R(*, *)$ 为相关模型, σ^2 为过程方差. 相关模型为各个维度上相关函数的乘积

$$\begin{aligned} R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) &= \prod_{k=1}^n \exp(-\theta_k |\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}|^2) = \\ &\exp\left(-\sum_{k=1}^n \theta_k |\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}|^2\right) \end{aligned} \quad (3)$$

$\mathbf{x}_i^{(k)}$ 表示输入向量 $\mathbf{x}_i$ 的第 k 个分量, n 为输入向量维数. 相关参数 θ_k 描述了函数输出对第 k 维输入变化的敏感程度, 也就是 $\mathbf{x}^{(k)}$ 的相对重要程度. θ_k 越大, $y(\mathbf{x})$ 对 $\mathbf{x}^{(k)}$ 的变化就越敏感, 表现为很小的 $|\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}|$ 也会导致较大的 $|y(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_j)|$. 相关参数直接控制着 Kriging 模型的输入输出特性, 对其进行优化以确保最佳的预测精度是必要的.

设生成的样本点为 $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_m\}$, 对应的仿真程序输出为 $\mathbf{Y} = [y(\mathbf{s}_1), y(\mathbf{s}_2), \dots, y(\mathbf{s}_m)]^T$. 对任意给定的 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$, $\boldsymbol{\beta}$ 与 σ^2 的估值分别为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \quad (4)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (5)$$

基函数矩阵 $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{m \times p}$, 第 i 行第 j 列的元素为

$f_j(s_i)$; 相关矩阵 $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{m \times m}$, 第 i 行第 j 列的元素为 $R(s_i, s_j)$.

极大似然意义下的最优相关参数 θ^* 应使似然函数 $\psi(\theta)$ 取得最大值

$$\theta^* = \arg \max \{ \psi(\theta) \} = \arg \max \left\{ -\frac{\ln |\mathbf{R}| + m \ln \sigma^2}{2} \right\} \quad (6)$$

完成对 θ^* 的求解后即可得出建立在 m 次数值仿真结果基础上的 Kriging 近似模型

$$\hat{y}(x) = f^T(x) \hat{\beta} + r^T(x) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\beta}) \quad (7)$$

$$r(x) = [R(x, s_1), R(x, s_2), \dots, R(x, s_m)]^T \quad (8)$$

可以证明,在确保式(6)取极值的情况下,式(7)即为待测响应的最优无偏预测,这是 Kriging 区别于其他近似方法的显著特点.此外,Kriging 还能对预测结果的误差进行定量估计

$$\varphi(x) = \hat{\sigma}^2 [1 + u^T(x) (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} u(x) - r^T(x) \mathbf{R}^{-1} r(x)]$$

$$u(x) = \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} r(x) - f(x) \quad (9)$$

1.2 粒子群优化(PSO)算法

D 维搜索空间中存在由 N 个粒子组成的种群 $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, 其中第 i 个粒子表示为一个 D 维的解向量 $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$, 它描述了粒子在搜索空间中的位置.每一次迭代中,粒子根据个体极值和群体极值采用如下方式更新自身的速度和位置:

$$V_{id}^{k+1} = \omega V_{id}^k + c_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k) + c_2 r_2 (P_{gd}^k - X_{id}^k)$$

$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + V_{id}^{k+1}$$

$$(d = 1, 2, \dots, D; i = 1, 2, \dots, N) \quad (10)$$

式(10)中 ω 为惯性权重, k 为当前迭代次数, $V_i = [V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD}]^T$ 与 $P_i = [P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iD}]^T$ 分别为粒子速度和个体极值, $P_g = [P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gD}]^T$ 为群体极值; c_1 和 c_2 为加速度因子, r_1 和 r_2 为 $[0, 1]$ 间的随机数.为使算法在迭代初期保持较强的全局搜索能力,在迭代后期能进行比较精确的局部搜索,对 Shi Y 的线性递减权重进行改进,提出指数递减权重

$$\omega = \omega_{\max} \cdot \xi^k \quad (11)$$

$\omega_{\max}$ 为初始惯性权重,取 0.9; ξ 为衰减因子,取 0.99.此外,为避免早熟收敛,借鉴遗传算法的变异思想,在 PSO 算法中引入变异算子.

1.3 PSO-Kriging 的原理及流程

PSO-Kriging 的基本思想是借助 PSO 算法

的全局搜索能力,获取使似然函数 $\psi(\theta)$ 达到极值的相关参数 θ^* ,从而确保 Kriging 模型具有最佳的预测精度(也就是确保式(7)的最优无偏性).研究 PSO-Kriging 的初衷在于:目前 Kriging 建模过程普遍采用的模式搜索法^[6]具有对初始点十分敏感的缺点,常因为初猜解的原因而无法收敛于 θ^* ,结果导致 Kriging 预测精度的劣化^[4-5,7].产生以上现象的根本原因,是模式搜索所采用的单点序列搜索方式决定了它只能从一个指定的起点出发,并收敛于一个距起点较近的局部最优解^[10].为收敛于 θ^* ,最好能使搜索起点接近 θ^* ,而这实际是难以做到的(θ^* 本身未知).不仅如此,模式搜索法搜索路径的单一性,使其不能充分获取 $\psi(\theta)$ 在 θ 取值空间中的变化信息,因此即使能够根据某些先验知识提供出与 θ^* 接近的初猜解,模式搜索法仍有可能沿着错误的路径进行搜索而最终无法收敛到 θ^* .有别于模式搜索法的单点序列搜索,PSO 算法采用的是多点并行搜索,种群中各粒子在搜索 θ^* 的过程中实现信息共享,每个粒子不断根据个体极值与群体极值的变化情况动态调整着自己的搜索方向,这种启发式的群体搜索机制使得 PSO 算法在不具备先验知识的情况下也能以很大的概率收敛于 θ^* .

PSO-Kriging 的流程分以下几个步骤:

步骤 1 根据待重构函数(即基于仿真程序的隐式函数)确定①输入维数 n ;②各维输入的取值范围;③用于构造 Kriging 模型的样本数 m .

步骤 2 生成样本输入矩阵 $\mathbf{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, 将仿真程序重复运行 m 次,得出与 $\mathbf{S}$ 相对应的输出向量 $\mathbf{Y} = [y(s_1), y(s_2), \dots, y(s_m)]^T$; $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ 应均匀充满设计空间,本文采用 Beachkofski B K 的改进拉丁方设计^[11].

步骤 3 使用 PSO 算法搜索极大似然意义下的最优相关参数 θ^* , 以下几点需要说明:

- 1) 似然函数 $\psi(\theta)$ 作为适应度函数;
- 2) 为转化为无约束优化,粒子采用对数形式 $X_i = [\lg \theta_1, \lg \theta_2, \dots, \lg \theta_n]^T$;
- 3) 初始搜索范围取为 $[-2, 2]$, 最大/最小速度分别取为 ± 0.5 ;
- 4) 种群规模可按 $N \approx 5 \cdot n$ 进行选取;
- 5) 采用 Clerc M 的建议^[12], 加速度因子取 1.49445;

6) 每次更新粒子位置后以概率 0.05 实施变异;

- 7) 若历经 10 次迭代无法得出更优的群体极

值,则认为算法收敛并停止对相关系数的搜索。

步骤 4 根据步骤 3 得出的最优相关参数确定出回归系数 $\hat{\beta}$ 及相关矩阵 $\mathbf{R}$,至此初步完成 PSO-Kriging 建模,对于任意输入 $\mathbf{x}$ 可按公式(7)对其响应进行预测。

步骤 5 检验 PSO-Kriging 模型的预测精度,若满足要求则与强度准则或应力-寿命计算公式相结合进行可靠性分析;否则在式(9)确定出的误差极值区域补充样本并返回步骤 3。PSO-Kriging 的流程如图 1 所示,PSO 算法优化 Kriging 相关参数的部分由虚线框出。

PSO-Kriging 算法流程中的各项参数,如加速度因子、初始惯性权重、权重衰减因子、变异概率、粒子的初始搜索范围以及最大/最小速度等,其推荐取值融合了作者及其他前辈学者的实践经验,有效性经过多个测试算例的验证。另外,PSO 算法本身的性能也对参数设置的变化有着相当程度的鲁棒性,在一定范围内对上述推荐取值进行调整不会影响结果质量及搜索效率。

1.4 PSO-Kriging 有效性的验证

使用 PSO-Kriging 与 GPS-Kriging 对以下两

个测试函数^[13]进行重构。GPS-Kriging 代表 Lophaven S N 使用模式搜索 (generalized pattern search) 优化相关参数的 Kriging 方法^[4-6]。

$$f_1(\mathbf{x}) = 3639.35(1 - x_1^2)(1 - x_2^2)(4 + x_1) \times (0.99^{x_1} - 0.99^{x_2})^2$$

$$f_2(\mathbf{x}) = 0.704376(1 - x_1^2)(1 - x_2^2)(4 + x_1) \times (0.05^{x_1^2} - 0.05^{x_2^2})^2$$

考虑到建模过程中的随机因素,将两种方法各运行 10 次;PSO-Kriging 每次采用不同的随机种子初始化粒子群,GPS-Kriging 每次从不同的起点展开对 θ^* 的搜索。两者在测试集上的均方误差如图 2、图 3 所示。

由图 2、图 3 可以看出:①PSO-Kriging 的预测误差受随机因素的影响很小,在随机种子互不相同(由此将导致粒子的初始位置及速度也互不相同)的情况下结果无显著差别;②GPS-Kriging 的预测误差受随机因素的影响非常明显,在搜索起点不同的情况下每次得出的结果差异很大;③PSO-Kriging 每次都能达到(或接近)可能实现的最佳预测精度,由此可以断定 PSO 算法对 θ^* 的搜索是十分有效的,基本可以保证预期的最优

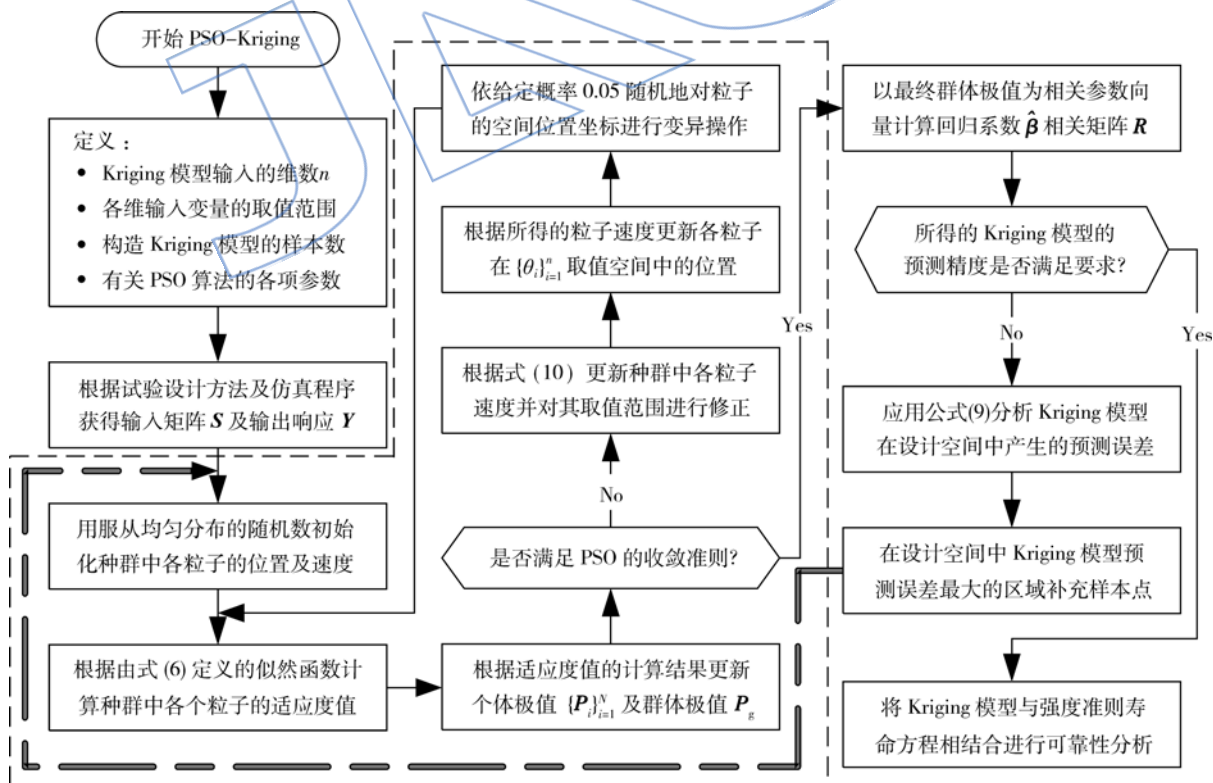


图 1 PSO-Kriging 的流程(PSO 算法优化 Kriging 相关参数的部分由虚线框出)

Fig. 1 Flowchart of PSO-Kriging (procedure in dashed area corresponds to the optimization of Kriging correlation parameters using PSO)

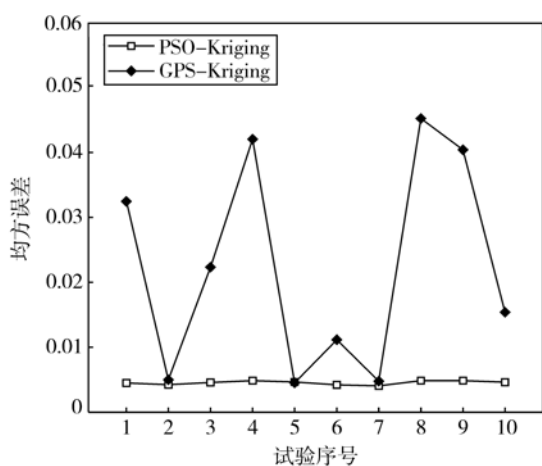


图2 PSO/GPS-Kriging 对 $f_1(x)$ 的重构误差
(30个训练样本, 441个测试样本)

Fig. 2 Errors of PSO/GPS-Kriging in reproducing $f_1(x)$ (30 training samples, 441 testing samples)

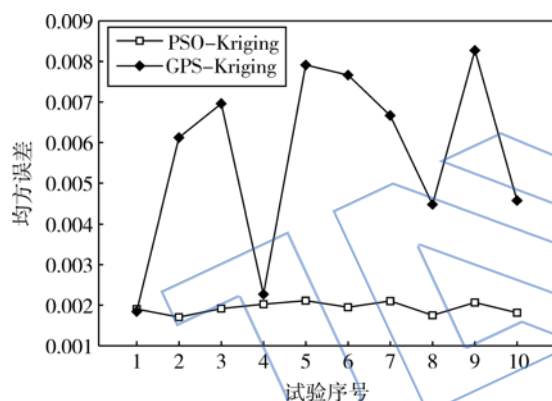


图3 PSO/GPS-Kriging 对 $f_2(x)$ 的重构误差
(50个训练样本, 441个测试样本)

Fig. 3 Errors of PSO/GPS-Kriging in reproducing $f_2(x)$ (50 training samples, 441 testing samples)

无偏预测; ④GPS-Kriging 某些情况下可以得出与 PSO-Kriging 相近的结果, 而另一些情况下则产生出远高于 PSO-Kriging 的误差, 是因为模式搜索法的结果严重依赖于初始点的位置. 对于任意初猜解, 由于模式搜索无法保证收敛于 θ^* , 所以 GPS-Kriging 的输出不一定符合最优无偏预测.

2 应用实例: 轮盘疲劳可靠性分析

2.1 问题描述

某型涡轮盘如图4所示, 计算工况采用文献[14]中的三角转速谱. 盘上16个销钉沿周向均匀分布, 榫齿凸台部分的质量折算成等效离心载荷施加在轮毂面上. 达到最大转速时涡轮盘局部的

应力将超过屈服极限, 进入塑形状态, 因此采用弹塑性分析 (Von Mises 屈服准则、相关流动准则、随动强化定律).

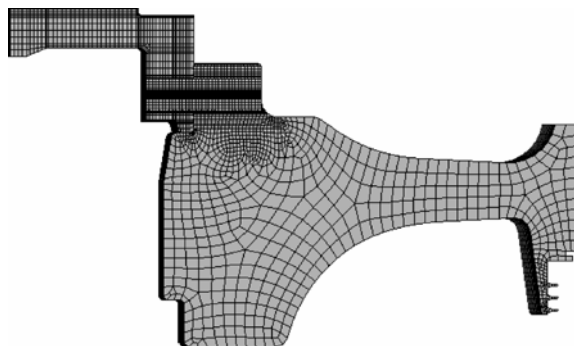


图4 涡轮盘有限元模型

Fig. 4 Finite element model of the turbine disk

随机输入变量分三类: ①与载荷有关的随机变量; ②与结构几何尺寸有关的随机变量; ③与材料属性有关的随机变量. 与载荷有关的随机变量是涡轮盘转速 ω . 计算工况下涡轮盘转速控制精度为 $\pm 1\%$, 假设 ω 服从正态分布, 则其变异系数为 0.0033. 与结构几何尺寸有关的随机变量是涡轮轴与轮盘之间的过盈 δ_1 以及销钉与涡轮轴及轮盘之间的过盈 δ_2 . δ_1 的取值范围 0.003~0.063 mm, δ_2 的取值范围 0.005~0.015 mm, δ_1 和 δ_2 也服从正态分布. 与材料属性有关的随机因素中, 循环应力-应变关系的随机性对疲劳寿命的影响最为显著. 以轮盘材料 (GH4133) 疲劳试验数据^[15]为基础, 经统计分析得出其循环应力-应变曲线的概率模型^[16]

$$\epsilon = \frac{\sigma}{10^{5.2983-0.0183\eta}} + 10^{0.112\eta}(5.5707 \times 10^{-4} \sigma)^{10.878} \quad (12)$$

式(12)中 η 为标准正态随机变量. 可靠性分析中的随机输入如表1所列.

表1 可靠性分析中的随机输入变量

Table 1 Random input variables in reliability analysis

随机变量	物理意义	均值	标准差
$\omega/(\text{rad/s})$	涡轮盘的转速	1331	4.44
δ_1/mm	轴盘间的过盈	0.033	0.01
δ_2/mm	销钉与涡轮轴及轮盘之间的过盈	0.01	0.0017
η	表征循环应力-应变关系的分散性	0	1

涡轮盘的低循环疲劳寿命取决于结构危险点处的应变变程. 研究表明中心孔与销钉孔交界处的点 P 应力应变水平最高(见图 5), 是结构的危险点. 各随机输入取均值时, 一个加卸载过程中 P 点周向应变的有限元分析结果如表 2 所列.

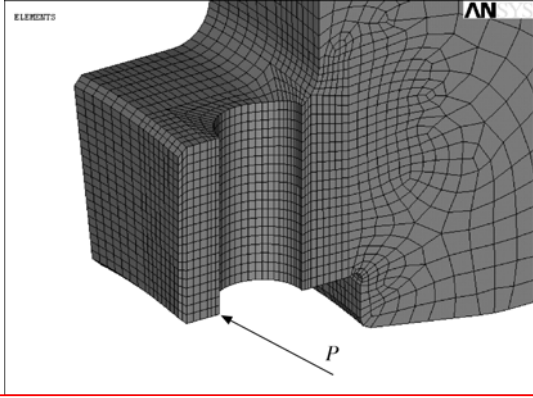


图 5 涡轮盘结构中的危险点

Fig. 5 Weakest point in the turbine disk structure

表 2 P 点周向应变的有限元分析结果
Table 2 Finite element analysis results for the circumferential strain at node P

考察点	最大转速应变	最小转速应变	周向应变变程
P	0.014883	0.006311	0.008572

$\omega, \delta_1, \delta_2, \eta$ 被考虑为结构的随机输入时, P 点处的周向应变变程 $\Delta\epsilon^{(P)}$ 即为结构的随机响应, 它是以随机输入为自变量的函数

$$\Delta\epsilon^{(P)} = f_{\text{fea}}(\omega, \delta_1, \delta_2, \eta) \quad (13)$$

式中 fea 表示 f_{fea} 的映射关系建立在有限元分析的基础上, 无法显式表达. 可靠性分析需要成千上万次地计算不同 $(\omega, \delta_1, \delta_2, \eta)$ 组合下的 $\Delta\epsilon^{(P)}$, 如果完全依赖有限元程序将导致极大的计算开销.

一个有效的解决途径是在若干次有限元分析结果的基础上构造近似模型, 用它来代替有限元程序进行 Monte Carlo 模拟.

2.2 PSO-Kriging 应变变程预测模型

按图 1 流程建立以表 1 中随机变量为输入, 以 $\Delta\epsilon^{(P)}$ 为输出的应变变程预测模型. 在 $(\omega, \delta_1, \delta_2, \eta)$ 正负 3 倍标准差范围内选取样本, 并借助有限元程序得出对应的输出响应 $\Delta\epsilon^{(P)}$. 使用 PSO 算法搜索最优相关参数 θ^* , 种群极值的适应度变化曲线如图 6 所示; 以最终的种群极值作为 θ^* 的近似估计建立 Kriging 模型, 计算结果如表 3 所列. 由相关参数的取值可知四个输入的重要程度排序为: $\eta > \omega > \delta_2 > \delta_1$. 该排序与灵敏度分析的结果^[16]是吻合的.

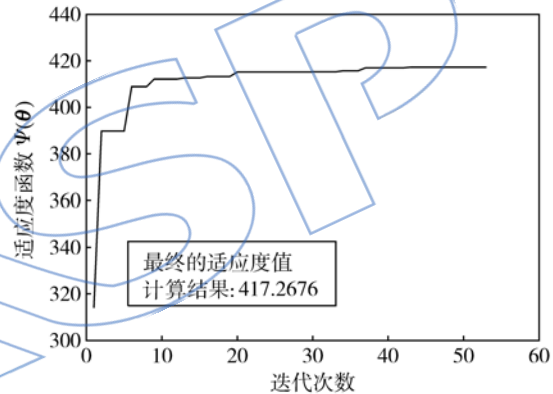


图 6 PSO 搜索过程中种群极值的适应度变化

Fig. 6 Fitness variation of swarm optimum during PSO's search process

2.3 基于交叉验证的模型精度检验

交叉验证是衡量近似模型重构精度的一种有效手段, 其原理为: ①将包含 m 个样本的数据集 $\{s_i, y(s_i)\}_{i=1}^m$ 分成两个不相交的子集, 一个训练

表 3 PSO-Kriging 应变变程预测模型

Table 3 PSO-Kriging metamodel for strain amplitude

基本描述				
输入维数 $n=4$	样本数目 $m=80$	过程方差 $\sigma^2=6.7\times10^{-5}$	基函数个数 $p=15$	
相关参数				
$\theta_1=1.984251$	$\theta_2=0.003145$	$\theta_3=0.496063$	$\theta_4=7.937005$	
回归系数				
$\beta_1=-0.418182$	$\beta_2=1.450670$	$\beta_3=0.105944$	$\beta_4=0.218671$	$\beta_5=-0.732641$
$\beta_6=0.419709$	$\beta_7=-0.774875$	$\beta_8=-0.003096$	$\beta_9=0.805675$	$\beta_{10}=0.034791$
$\beta_{11}=0.056189$	$\beta_{12}=-0.524932$	$\beta_{13}=-0.039069$	$\beta_{14}=-0.483545$	$\beta_{15}=0.104138$

子集(含 $m-1$ 个样本)和一个测试子集(含 1 个样本);②在训练子集上构造近似模型,并计算它在测试子集上的误差 $e_i = \hat{y}_{-i}(s_i) - y(s_i)$;③轮换采用不同的样本作测试子集,共获 m 个交叉验证误差 $\{e_i\}_{i=1}^m$,计算基于交叉验证的均方根误差 $E_{\text{rms}}^{(\text{cv})}$ 及最大相对误差 $E_{\text{mr}}^{(\text{cv})}$ 。

图 7、图 8 示出了 PSO-Kriging 与 ANN 应变变程的交叉验证结果。 $E_{\text{rms}}^{(\text{cv})}$ 、 $E_{\text{mr}}^{(\text{cv})}$ 以及两图中回归直线的拟合优度 R^2 如表 4 所列,可以得出结论,PSO-Kriging 在交叉验证中的应变变程预测值与有限元分析的结果更为吻合。

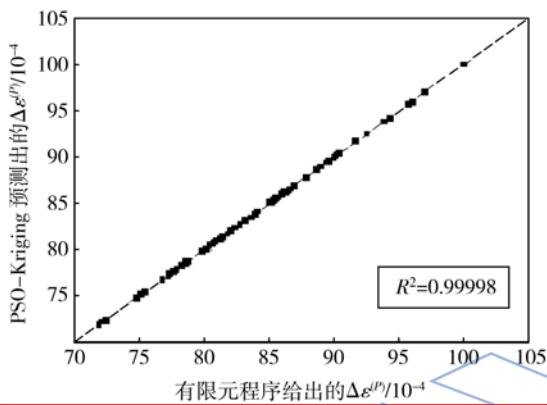


图 7 PSO-Kriging 应变变程的交叉验证结果
Fig. 7 Cross validation results for strain amplitude predicted by PSO-Kriging

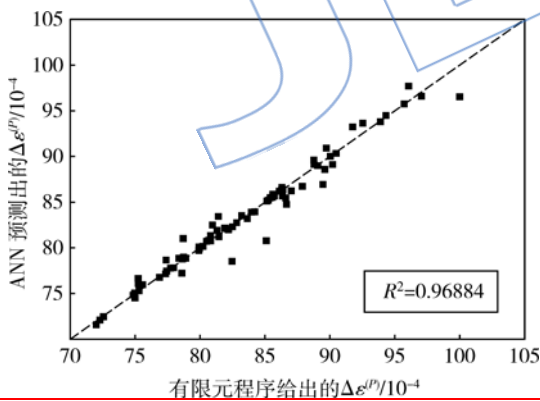


图 8 ANN 应变变程的交叉验证结果
Fig. 8 Cross validation results for strain amplitude predicted by ANN

表 4 基于交叉验证的模型精度检验结果
Table 4 Metamodel quality test results based on cross validation

	R^2	$E_{\text{rms}}^{(\text{cv})} / 10^{-6}$	$E_{\text{mr}}^{(\text{cv})} / \%$
PSO-Kriging	0.99998	2.8994	0.13
ANN	0.96884	106.98	5.08

2.4 基于测试样本的模型精度检验

交叉验证的优点是无需额外的样本即可对近似模型的预测精度作出评价,考察近似模型质量的另一种常用方法是在训练集之外再另取一定数量的样本组成测试集,然后计算模型在测试集上的预测误差。依照该方法所得的结果如图 9、图 10 所示。表 5 列出了两图中回归直线的拟合优度 R^2 , PSO-Kriging, ANN 在测试集上的均方根误差 $E_{\text{rms}}^{(\text{ts})}$ 与最大相对误差 $E_{\text{mr}}^{(\text{ts})}$ 。

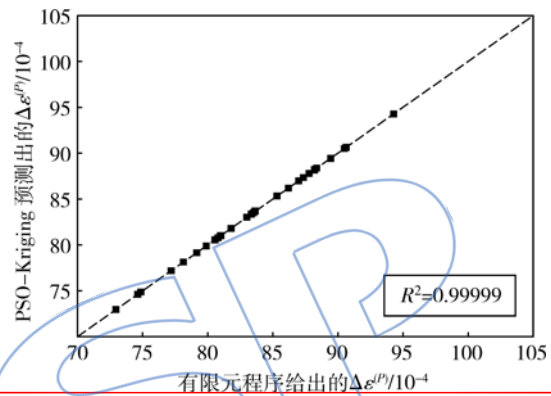


图 9 PSO-Kriging 在测试集上的预测结果
(30 测试样本)

Fig. 9 Prediction results of PSO-Kriging on the testing set (30 testing samples in total)

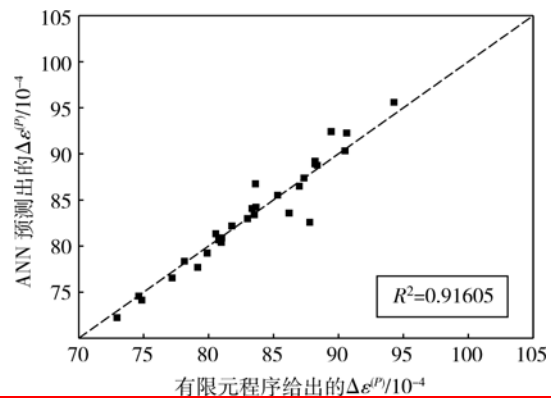


图 10 ANN 在测试集上的预测结果(30 测试样本)

Fig. 10 Prediction results of ANN on the testing set (30 testing samples in total)

表 5 基于测试样本的模型精度检验结果
Table 5 Metamodel quality test results based on testing samples

	R^2	$E_{\text{rms}}^{(\text{ts})} / 10^{-6}$	$E_{\text{mr}}^{(\text{ts})} / \%$
PSO-Kriging	0.99999	1.1679	0.09
ANN	0.91605	90.388	5.94

由以上结果可知, PSO-Kriging 在测试集上预测误差更小. 该实例中 PSO-Kriging 对 $\Delta\epsilon^{(P)}$ 的预测精度相对 ANN 有数量级上的优势, 其主要原因在于采用多点并行搜索方式的 PSO 算法能够保证收敛于 θ^* , 因此确保了 Kriging 的最优无偏预测特性. ANN 预测精度不理想的原因比较复杂, 训练参数的选取不当、网络结构设置的不合理均会对 ANN 的泛化性能造成不良影响. 尽管不能根据以上结果归纳出“PSO-Kriging 对隐式函数(13)的重构精度一定高于 ANN”这一结论, 但从中可以得出下列启示: ANN 目前仍面临着一些难以解决的问题(隐含层节点数、局部极小、经验风险最小化等), 因此具有较高的应用难度, 使用者不一定能使 ANN 达到可能的最佳精度; PSO-Kriging 借助 PSO 算法能够在任意初始条件下自动且自适应地获取极大似然意义下的最优相关参数, 因此即使是毫无经验的使用者也能够根据现有程序得出具有最优无偏预测特性的 Kriging 模型, 因此 PSO-Kriging 也许比 ANN 更适于工程应用.

2.5 低循环疲劳可靠性分析

试验研究表明, 材料疲劳寿命呈异方差特性, 对数寿命的标准差随应变幅的减小而增大. 假定两者间存在线性变化关系, 对 GH4133 的疲劳试验数据进行异方差回归分析^[17], 并采用 Morrow 修正来考虑平均应力的影响, 得到随机化的 Manson-Coffin 公式^[18]

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \left[\frac{\sigma'_f}{E} - \frac{\sigma_m}{E} \right] (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (14)$$

置信水平 0.50 时, 各系数的随机表达式为

$$\lg \left[\frac{\sigma'_f}{E} \right] = -\frac{8.9697 + 0.12936\mu}{5.5038 + 0.10038\mu} \quad (15)$$

$$b = -\frac{1}{5.5038 + 0.10038\mu} \quad (16)$$

$$\lg \epsilon'_f = \frac{1.6281 - 0.01580\mu}{0.7085 + 0.03908\mu} \quad (17)$$

$$c = -\frac{1}{0.7085 + 0.03908\mu} \quad (18)$$

置信水平 0.95 时, 各系数的表达式为

$$\lg \left[\frac{\sigma'_f}{E} \right] = -\frac{9.0101 + 0.12936\mu}{5.5036 + 0.10038\mu} \quad (19)$$

$$b = -\frac{1}{5.5036 + 0.10038\mu} \quad (20)$$

$$\lg \epsilon'_f = \frac{1.5867 - 0.01580\mu}{0.7085 + 0.03908\mu} \quad (21)$$

$$c = -\frac{1}{0.7085 + 0.03908\mu} \quad (22)$$

式(15)~(22)中的控制参数 μ 为标准正态随机变量, 该随机化 Manson-Coffin 公式的有效性经过标准圆棒试件试验验证^[16]. 采用 Monte Carlo 模拟对表 1 中的变量进行 10^5 次抽样, 再由表 3 列出的 PSO-Kriging 模型计算不同输入对应的 $\Delta\epsilon^{(P)}$, 最后通过反复求解式(14), 可以得出置信水平 0.50 及 0.95 下 N_f 分布的直方图(图略), 以及疲劳寿命-失效概率曲线(图 11). 以上结果建立在对 $\Delta\epsilon^{(P)}$ 重复求解 10^5 次的基础上, 而流程中对有限元程序的调用次数仅为 110. 能确保进行最优无偏预测是 PSO-Kriging 区别于其他方法的显著特征, 这种优势的代价是 PSO 算法搜索最优相关参数的计算开销. 表 3 中 PSO-Kriging 模型的建模及预测时间如表 6 所示, 同时列出 ANN 的相应数据.

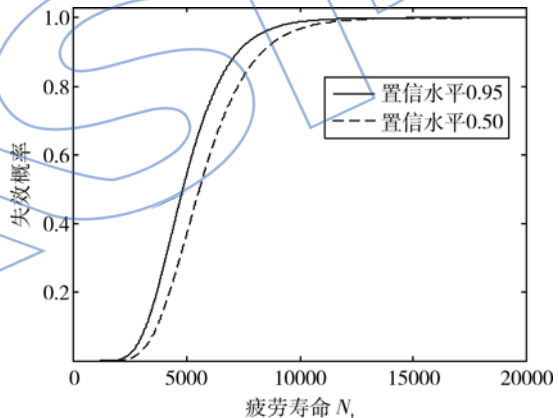


图 11 疲劳寿命-失效概率曲线

Fig. 11 Fatigue life-failure probability curve

表 6 PSO-Kriging/ANN 建模及预测计算开销对比
Table 6 Comparison of modeling and prediction cost between PSO-Kriging and ANN

	建模 CPU 时间/s	预测 10^5 次 CPU 时间/s
PSO-Kriging	38.99	57.34
ANN	5.91	11.59

PSO-Kriging 建模时间较长是因为 PSO 算法搜索最优相关系数的过程相对比较耗时, 而预测时间较长则是因为式(7)中包含了对 $\mathbf{R}$ 求逆的运算. 两项时间之和不超 2 min, 不及一次有限元分析的 1/10, 因此 PSO-Kriging 的计算开销对于实际工程分析是完全可以接受的.

3 结论与展望

1) 将 PSO 算法引入 Kriging 的建模过程, 依靠其群体搜索能力克服了模式搜索法单点序列搜索方式的局限性及严重依赖于初猜解的缺点, 保证了在任意初始条件下都能获取极大似然意义下的最优相关参数, 有效保障了 Kriging 预测结果的最优无偏性。

2) PSO-Kriging 对危险点周向应变变程的预测精度较 ANN 有数量级上的优势, 可在不牺牲精度的条件下代替有限元程序进行 Monte Carlo 模拟; PSO-Kriging 的计算开销略大于 ANN, 但考虑到它对 $\Delta\epsilon^{(P)}$ 的预测精度有显著的改善, 这种代价完全可以接受。

3) Kriging 是一种很有前途的近似建模方法, 本文对其相关参数的选取操作进行了改进, 在计算开销增加不大的情况下改善了对 θ^* 的估计质量从而确保了 PSO-Kriging 预测结果的最优无偏性, 不过这只解决了问题的一个方面。围绕 Kriging 方法在可靠性分析中的应用还有很多工作: ①除了能提供最优无偏预测, Kriging 方法还能够对预测结果的误差作定量估计, 因此可以构造一种“逐步逼近”的 Kriging 建模过程, 循环进行“建模—误差分析—在误差极值区补充样本—建模”, 直至精度满足要求, 该方式适用于复杂结构系统的可靠性分析; ②2.2 节中的结果表明, 相关参数取值的排序与灵敏度分析结果一致, 利用这一点有可能将近似建模与灵敏度分析这两项工作统一为一个整体。

参考文献:

- [1] Krishnamurthy T. Comparison of response surface construction methods for derivative estimation using moving least squares, Kriging and radial basis functions[R]. AIAA 2005-1821, 2005.
- [2] Gomes H M, Awruch A M. Comparison of response surface and neural network with other methods for structural reliability analysis[J]. Structural Safety, 2004, 26(1): 49-57.
- [3] Cherkassky V, Ma Y. Practical selection of SVM parameters and noise estimation for SVM regression[J]. Neural Networks, 2004, 17(1): 113-126.
- [4] Kaymaz I. Application of Kriging method to structural reliability problems[J]. Structural Safety, 2005, 27(2): 133-151.
- [5] Dellino G, Lino P, Meloni C, et al. Kriging metamodel management in the design optimization of a CNG injection system[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2009, 29(10): 2345-2360.
- [6] Lophaven S N, Nielsen H B, Søndergaard J. Surrogate modelling by Kriging[R]. Denmark: Technical University of Denmark, 2003.
- [7] Martin J D, Simpson T W. Use of Kriging models to approximate deterministic computer models[J]. AIAA Journal, 2005, 43(4): 853-863.
- [8] Parsopoulos K E, Vrahatis M N. Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization[J]. Natural Computing, 2002, 9(1): 235-306.
- [9] Sacks J, Schiller S B, Welch W J. Design for computer experiments[J]. Technometrics, 1989, 31(1): 41-47.
- [10] Audet L, Charles R, Dennis J E. Analysis of generalized pattern searches[J]. SIAM Journal on Optimization, 2003, 13(3): 889-903.
- [11] Beachkofski B K. Improved distributed hypercube sampling[R]. AIAA 2002-1274, 2002.
- [12] Clerc M. The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization[C]// Proceedings of the Congress of Evolutionary Computation, Washington, DC: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1999: 1951-1957.
- [13] Keys A C, Rees L P, Greenwood A G. Performance measures for selection of metamodels to be used in simulation optimization[J]. Decision Sciences, 2002, 33(1): 31-57.
- [14] 龚梦贤, 古远兴, 王旅生. 某型发动机 I 级涡轮盘的技术寿命[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2000, 13(4): 22-26.
GONG Mengxian, GU Yuanxing, WANG L sheng. Service life of an aeroengine' 1st stage turbine disk[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2000, 13(4): 22-26. (in Chinese)
- [15] 王卫国. 轮盘低循环疲劳寿命预测模型和试验评估方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
WANG Weiguo. Research on prediction model for disc LCF life and experiment assessment methodology[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006. (in Chinese)
- [16] 高阳. 航空发动机涡轮盘低循环疲劳可靠性分析[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2009.
GAO Yang. Reliability analysis of LCF for turbine disks in aeroengines[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)
- [17] 傅惠民, 刘成瑞. ϵ -N 曲线和 P- ϵ -N 曲线整体推断方法[J]. 航空动力学报, 2006, 21(6): 957-961.
FU Huimin, LIU Chengrui. Integral inference method for ϵ -N and P- ϵ -N curves[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(6): 957-961. (in Chinese)
- [18] 高阳, 白广忱, 张瑛莉. 涡轮盘低循环疲劳寿命的概率分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(4): 804-809.
GAO Yang, BAI Guangchen, ZHANG Yingli. Probability analysis for the low cycle fatigue life of a turbine disk[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(4): 804-809. (in Chinese)